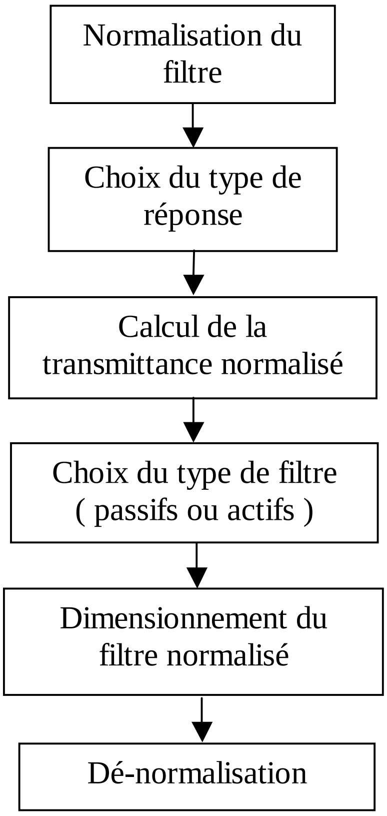
Synthèse de filtres

1 But :

Suivant un gabarit de filtre donné, vous devez être capable de dimensionner ce filtre soit avec des composants passifs, soit avec des composants actifs (respectivement filtres dit ‘passifs’ et filtres dit ‘actifs’). Vous serez capable de choisir le type de réponse du filtre de telle sorte qu’il s’adapte au mieux à vos besoins.

2 Description de la démarche :

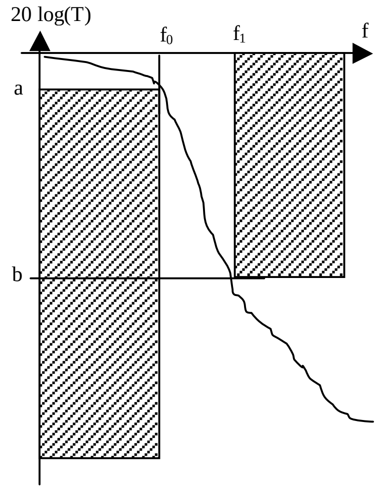


3 Normalisation du filtre :

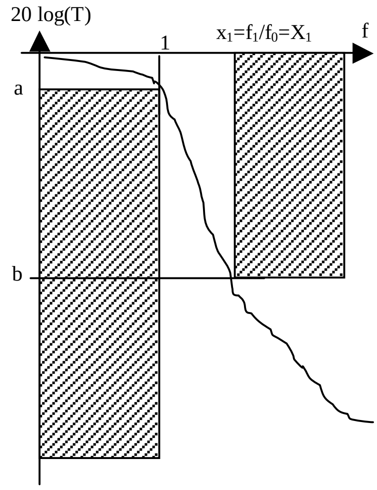
L’objectif de la normalisation d’un filtre est de ramener l’étude de tout les types de filtres (passe bas, passe haut, passe bande, coupe bande) à l’étude d’un filtre passe bas afin de faciliter les calculs.

La normalisation se fait comme définie dans le tableau ci après :

<table>
<tr><th>Type de filtre</th><th>Gabarit réel</th><th>Normalisation</th></tr>
<tr><td>Passe bas</td><td>



</td><td>



Normalisation des fréquences :

$$\underline{S}=j\frac{f}{f_0}=j\frac{\omega}{\omega_0}$$

On défini la pulsation normalisé :

$$x=|\underline{S}|=\frac{\omega}{\omega_0}$$

Normalisation des composants :

- Soit R_c la résistance de charge du filtre.
- On définit les résistances normalisée : *(uniquement pour les circuits passifs)*

$$R_n=\frac{R}{R_c}$$

- Inductance et capacité unités : *(uniquement pour les circuits passifs)*

Le changement de variable précédent impose des valeurs pour :

l'inductance unité : $L_u=\frac{R_c}{\omega_0}$

la capacité unité : $C_u=\frac{1}{R_c.\omega_0}$

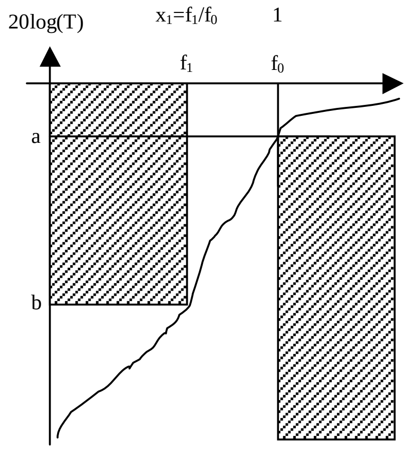
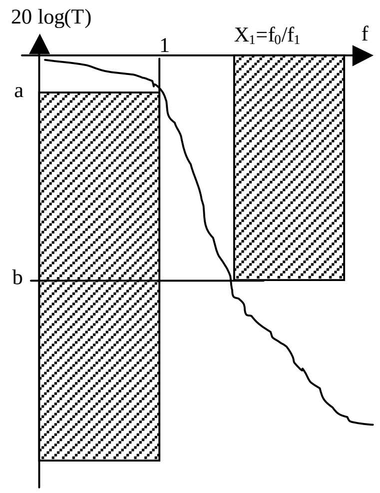
- Inductance normalisée :

$$\lambda_n=\frac{L}{L_u}$$

- Capacité normalisée :

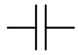
$$\gamma_n=\frac{C}{C_u}$$

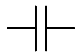
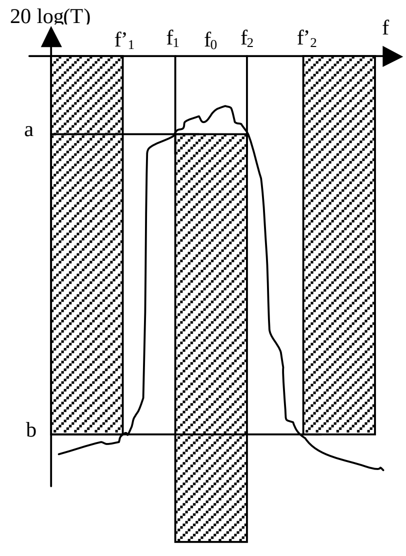
</td></tr>
</table>

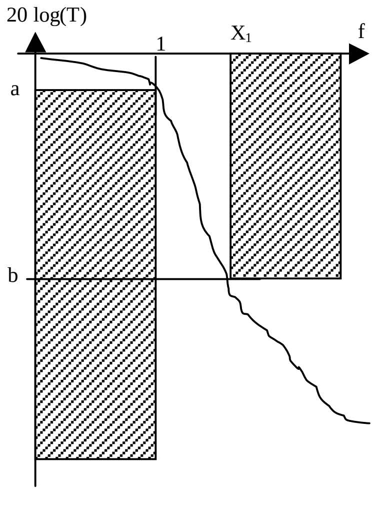
<table>
<tr>
<td>Passe haut</td>
<td>
</td>
<td>

<u>Pulsation normalisée :</u> $x=\frac{\omega}{\omega_0}$
Transformation : s $\rightarrow$ S=1/s
x $\rightarrow$ X=1/x

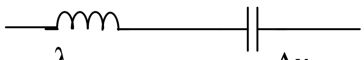
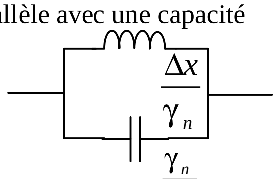
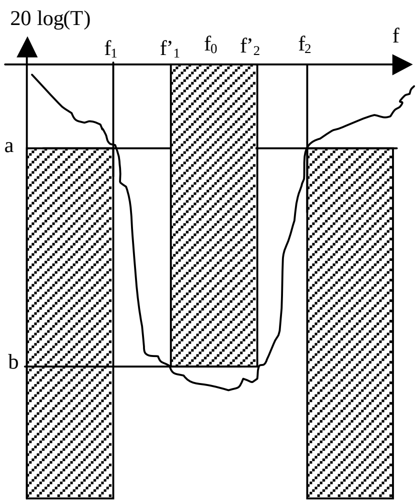
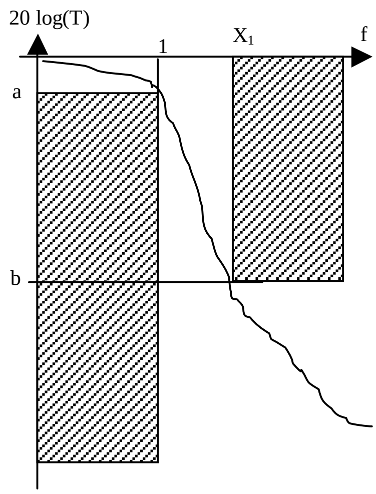
La résistance normalisée est R_n :
$R_n=\frac{R}{R_c}$

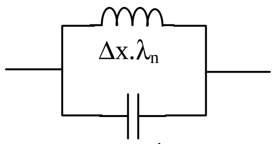
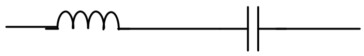
Les inductances vont se transformer en capacités, ainsi :
 $\lambda_n \rightarrow \frac{1}{\lambda_n}$ 

Les capacités vont se transformer en inductances, ainsi :
 $\gamma_n \rightarrow \frac{1}{\gamma_n}$ </td>
</tr>
<tr>
<td>Passe bande</td>
<td>

Le gabarit est symétrique (au sens des logarithmes) par rapport à f_0 ainsi :</td>
<td>

On définit X_1 comme :</td>
</tr>
</table>

	$f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = \sqrt{f'_1 \cdot f'_2}$	$X_1 = \dfrac{\lvert f'^2_1 - f_0^2 \rvert}{f'_1 \cdot (f_2 - f_1)} = \dfrac{\lvert f'^2_2 - f_0^2 \rvert}{f'_2 \cdot (f_2 - f_1)}$ On définit Δx : $\Delta x = \dfrac{f_2 - f_1}{f_0}$ Transformation : s $\rightarrow$ $S = \dfrac{1}{\Delta x}(s + \dfrac{1}{s})$ x $\rightarrow$ $X = \dfrac{1}{\Delta x}\left\lvert x - \dfrac{1}{x} \right\rvert = \dfrac{\lvert f^2 - f_0^2 \rvert}{f \cdot (f_2 - f_1)}$ Cette transformation implique que : L'inductance va être changée par une capacité en série avec une inductance :  $\lambda_n \rightarrow$ $\dfrac{\lambda_n}{\Delta x}$ $\dfrac{\Delta x}{\lambda_n}$. La capacité va être changée par une inductance en parallèle avec une capacité $\gamma_n \rightarrow$  . $\dfrac{\Delta x}{\gamma_n}$ $\dfrac{\gamma_n}{\Delta x}$
Coupe bande	 Le gabarit est symétrique (au sens des logarithmes) par rapport à f_0 ainsi : $f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = \sqrt{f'_1 \cdot f'_2}$	 On définit X_1 comme : $X_1 = \dfrac{f_2 - f_1}{f'_2 - f'_1}$ On définit Δx : $\Delta x = \dfrac{f'_2 - f'_1}{f_0}$

		Transformation : s $\rightarrow$ $S = \dfrac{\Delta x}{s + \frac{1}{s}}$ x $\rightarrow$ $X = \dfrac{\Delta x}{\left\lvert \frac{1}{x} - x \right\rvert} = \dfrac{f.(f'_2 - f'_1)}{\left\lvert f_0^2 - f^2 \right\rvert}$ Cette transformation implique que : L'inductance va être changée par une capacité en parallèle avec une inductance : λ_n $\rightarrow$  . $\dfrac{1}{\Delta x.\lambda_n}$ La capacité va être changée par une inductance en série avec une capacité γ_n $\rightarrow$  . $\dfrac{1}{\Delta x.\gamma_n}$ $\Delta x.\gamma_n$

4 Choix de la réponse du filtre

Une fois le filtre normalisé, tous les filtres qu'ils soient passe haut, passe bas, passe bande ou coupe bande se traitent de la même manière : comme un passe bas. Il faut alors choisir le type de réponse du filtre suivant l'application désirée. Nous ne citerons dans ce TP que certains filtres polynomiaux (Butterworth, Tchebycheff). Cependant, il en existe d'autre assez utilisé comme les filtres de Bessel (utilisé en transmission de signaux,…),… D'autres filtres peuvent être calculés, répondant à des critères non polynomiaux.

Filtres de Butterworth	**Filtres de Tchebycheff**
Avantage : • courbe de réponse très plate à l'origine, amplitude régulière en bande passante • bon temps de propagation de groupe • calculs faciles **Inconvénient :** • raideur de la coupure moyenne • l'atténuation en bande passante notée sur	**Avantage :** • de tous les polynomiaux, ce sont ceux qui présentent le front de coupure la plus raide pour un ordre de filtre donné. **Inconvénient :** • ondulation en bande passante • temps de propagation de groupe non constant en bande passante.

les gabarits normalisés ‘a’ est toujours égale à – 3 dB (a = -3 dB) **Fonction de Butterworth :** $$T(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^{2n}}}$$ ou n est l’ordre du filtre. **Détermination de l’ordre du filtre :** $$n \geq \frac{\ln(10^{-\frac{b}{10}}-1)}{2.\ln(X_1)}$$	**Fonction de Tchebycheff :** $$T(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2.C_n^2(x)}}$$ avec $C_0(x)=1$; $C_1(x)=x$; et $C_{n+1}(x)=2.x.C_n(x)- C_{n-1}(x)$ **Détermination de l’ordre du filtre :** $$n \geq \frac{\arg ch\left(\sqrt{\frac{10^{-\frac{b}{10}}-1}{10^{-\frac{a}{10}}-1}}\right)}{\arg ch(X_1)}$$

5 Calcul de la fonction de transfert normalisé :

Deux méthodes sont possibles pour déterminer la fonction de transfert de notre filtre : soit à partir des formules données dans le tableau précédent, soit à partir d’abaque et de tableaux.

La fonction de transfert doit être déterminée en fonction du type de réponse choisie. Vous trouverez ci après les fonctions de transmission (inverse des fonctions de transfert) des filtres de Butterworth, de Tchebycheff et de Bessel.

Tableau III. – Fonctions de transmission $H(p) = V_1/V_2$ des filtres de Butterworth d'ordre 1 à 9.

$p + 1$
$p^2 + \sqrt{2}\,p + 1$
$p^3 + 2\,p^2 + 2\,p + 1$
$p^4 + 2.613\,1\,p^3 + 3.414\,2\,p^2 + 2{,}613\,1\,p + 1$
$p^5 + 3{,}236\,1\,p^4 + 5{,}236\,1\,p^3 + 5{,}236\,1\,p^2 + 3{,}236\,1\,p + 1$
$p^6 + 3.863\,7\,p^5 + 7{,}464\,1\,p^4 + 9{,}141\,6\,p^3 + 7{,}464\,1\,p^2 + 3{,}863\,7\,p + 1$
$p^7 + 4{,}494\,0\,p^6 + 10{,}098\,p^5 + 14{,}592\,p^4 + 14{,}592\,p^3 + 10{,}098\,p^2 + 4{,}494\,0\,p + 1$
$p^8 + 5{,}152\,8\,p^7 + 13{,}137\,p^6 + 21{,}846\,p^5 + 25{,}688\,p^4 + 21{,}846\,p^3 + 13{,}137\,p^2 + 5{,}152\,8\,p + 1$
$p^9 + 5{,}759\,p^8 + 16{,}582\,p^7 + 31{,}163\,p^6 + 41{,}986\,p^5 + 41{,}986\,p^4 + 31{,}163\,p^3 + 16{,}582\,p^2 + 5{,}759\,p + 1$

Tableau IV. – Fonctions de transmission $H(p) = V_1/V_2$ des filtres de Bessel.

$P_1 = p + 1$

$P_2 = p^2 + 3\,p + 3$

$P_3 = p^3 + 6\,p^2 + 15\,p + 15$

$P_4 = p^4 + 10\,p^3 + 45\,p^2 + 105\,p + 105$

$P_5 = p^5 + 15\,p^4 + 105\,p^3 + 420\,p^2 + 945\,p + 945$

$P_6 = p^6 + 21\,p^5 + 210\,p^4 + 1\,260\,p^3 + 4\,725\,p^2 + 10\,395\,p + 10\,395$

$P_7 = p^7 + 28\,p^6 + 378\,p^5 + 3\,150\,p^4 + 17\,325\,p^3 + 62\,370\,p^2 + 135\,135\,p + 135\,135$

$P_8 = p^8 + 36\,p^7 + 630\,p^6 + 6\,930\,p^5 + 51\,975\,p^4 + 270\,270\,p^3 + 945\,945\,p^2 + 2\,027\,025\,p + 2\,027\,025$

$P_9 = p^9 + 45\,p^8 + 990\,p^7 + 13\,860\,p^6 + 135\,135\,p^5 + 945\,945\,p^4 + 4\,729\,726\,p^3 + 16\,216\,202\,p^2 + 34\,459\,432\,p + 34\,459\,432$

$P_n = (2\,n - 1)\,P_{n-1} + p^2\,P_{n-2}$

Tableau V. – Fonctions de transmission $H(p) = V_1/V_2$ des filtres de Tchebycheff d'ordre 2 à 7.

$A_{max} = 0{,}1$ dB $\qquad \varepsilon = 0{,}152\,62$

$0{,}301\,7\,p^2 + 0{,}715\,8\,p + 1$

$0{,}610\,5\,p^3 + 1{,}183\,6\,p^2 + 1{,}605\,2\,p + 1$

$1{,}206\,9\,p^4 + 2{,}177\,1\,p^3 + 3{,}170\,5\,p^2 + 2{,}444\,7\,p + 1$

$2{,}441\,9\,p^5 + 4{,}258\,6\,p^4 + 6{,}765\,8\,p^3 + 5{,}853\,1\,p^2 + 3{,}505\,5\,p + 1$

$4{,}827\,9\,p^6 + 8{,}266\,2\,p^5 + 14{,}32\,p^4 + 13{,}42\,p^3 + 9{,}886\,8\,p^2 + 4{,}353\,6\,p + 1$

$9{,}767\,7\,p^7 + 16{,}538\,p^6 + 31{,}095\,p^5 + 30{,}956\,p^4 + 26{,}423\,p^3 + 14{,}484\,p^2 + 5{,}487\,p + 1$

$A_{max} = 0{,}5$ dB $\qquad \varepsilon = 0{,}349\,31$

$0{,}659\,5\,p^2 + 0{,}940\,2\,p + 1$

$1{,}397\,2\,p^3 + 1{,}750\,6\,p^2 + 2{,}144\,6\,p + 1$

$2{,}638\,1\,p^4 + 3{,}158\,9\,p^3 + 4{,}529\,3\,p^2 + 2{,}705\,3\,p + 1$

$5{,}589\,p^5 + 6{,}553\,p^4 + 10{,}83\,p^3 + 7{,}319\,p^2 + 4{,}205\,8\,p + 1$

$10{,}552\,p^6 + 12{,}232\,p^5 + 22{,}918\,p^4 + 16{,}776\,p^3 + 12{,}366\,p^2 + 4{,}563\,p + 1$

$22{,}355\,p^7 + 25{,}736\,p^6 + 53{,}937\,p^5 + 41{,}792\,p^4 + 36{,}84\,p^3 + 16{,}89\,p^2 + 6{,}306\,p + 1$

$A_{max} = 1$ dB $\qquad \varepsilon = 0{,}508\,84$

$0{,}907\,p^2 + 0{,}995\,7\,p + 1$

$2{,}035\,3\,p^3 + 2{,}011\,6\,p^2 + 2{,}520\,6\,p + 1$

$3{,}628\,p^4 + 3{,}456\,8\,p^3 + 5{,}274\,9\,p^2 + 2{,}694\,2\,p + 1$

$8{,}1415\,p^5 + 7{,}627\,1\,p^4 + 13{,}75\,p^3 + 7{,}933\,p^2 + 4{,}726\,4\,p + 1$

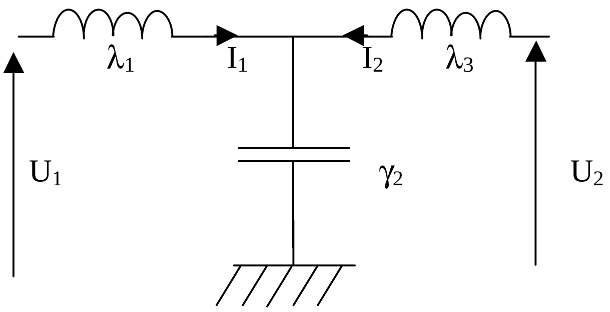
$14{,}512\,p^6 + 13{,}47\,p^5 + 28{,}02\,p^4 + 17{,}445\,p^3 + 13{,}632\,p^2 + 4{,}456\,p + 1$

$32{,}566\,p^7 + 30{,}06\,p^6 + 70{,}866\,p^5 + 46{,}53\,p^4 + 44{,}21\,p^3 + 17{,}866\,p^2 + 6{,}958\,4\,p + 1$

~~Filtres passifs~~

Il existe plusieurs structure de filtre passif, nous n'étudierons et n'utiliserons que les filtres en structure en T.

Structure en T



On détermine alors le paramètre admittance $Y_{22}=(I_2/U_2)$ pour $U_1=0$

6 filtre d'ordre pair :

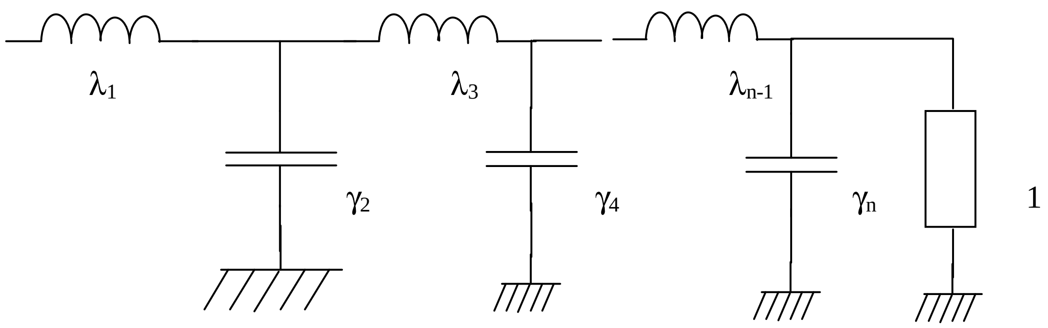
Dans le cas d'un filtre d'ordre pair, Y_{22} est formée par un quotient de polynômes qui est le rapport entre le polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant pair divisé par le polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant impair.

$$Y_{22} = \frac{\textit{polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant pair}}{\textit{polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant impair}}$$

En effectuant, les divisions successives de polynômes il vient :

$$Y_{22}(p) = \gamma_n p + \cfrac{1}{\lambda_{n-1} p + \cfrac{1}{\gamma_{n-2} p + \cfrac{1}{\ldots\lambda_3 p + \cfrac{1}{\gamma_2 p + \cfrac{1}{\lambda_1 p}}}}}$$

Le filtre normalisé devient ainsi :



7 filtre d'ordre impair :

Dans le cas d'un filtre d'ordre impair, Y_{22} est formée par un quotient de polynômes qui est le rapport entre le polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant pair divisé par le polynôme formé à partir de la fonction de transmission d'exposant impair.

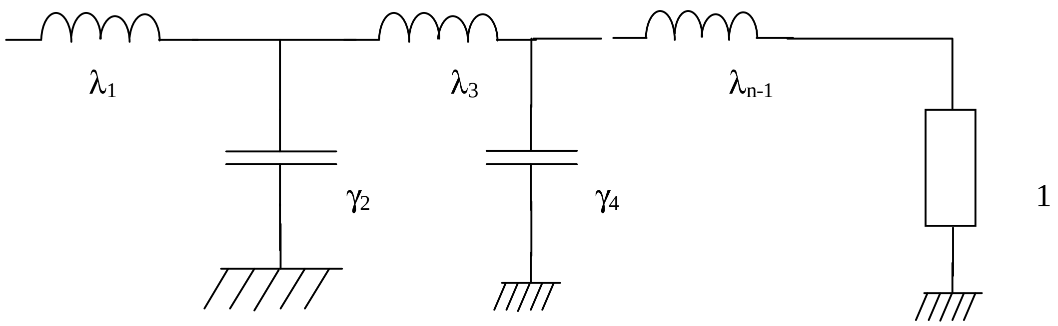
$$Y_{22} = \frac{polynôme\ formé\ à\ partir\ de\ la\ fonction\ de\ transmission\ d'\exp osant\ pair}{polynôme\ formé\ à\ partir\ de\ la\ fonction\ de\ transmission\ d'\exp osant\ impair}$$

En effectuant, les divisions successives de polynômes il vient :

$$Y_{22}(p) = \frac{1}{\lambda_{n-1}p + \frac{1}{\gamma_{n-2}p + \frac{1}{....\lambda_3 p + \frac{1}{\gamma_2 p + \frac{1}{\lambda_1 p}}}}}$$

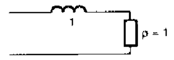
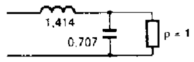
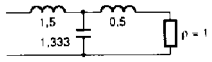
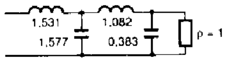
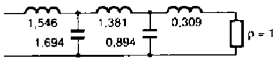
or comme l'ordre du polynôme d'exposant impair est supérieur à celui de l'exposant pair, il vient que γ_n=0.

Le filtre normalisé devient ainsi :



8 Récapitulatif :

Les calculs précédent étant toujours identiques, il est possible de définir des abaques ou toutes les valeurs des γ et λ sont donnés pour un certain type de réponse de filtre. Ici, nous donnons le tableau récapitulatif des filtres de Butterworth jusqu'à l'ordre 5.

Ordre	Polynôme en $\underline{s}$	$\underline{Y}_{22}$ décomposé	Filtre normalisé
1	$1+\underline{s}$	$\dfrac{1}{\underline{s}}$	
2	$1+\underline{s}^2 + 1{,}414\underline{s}$	$0{,}707\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}414\underline{s}}$	
3	$1+2\underline{s}^2 + 2\underline{s}+\underline{s}^3$	$\dfrac{1}{0{,}5\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}333\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}5\underline{s}}}}$	
4	$1+3{,}414\underline{s}^2+\underline{s}^4 + 2{,}613\underline{s}+2{,}613\underline{s}^3$	$0{,}383\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}082\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}577\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}531\underline{s}}}}$	
5	$1+5{,}236\underline{s}^2+3{,}236\underline{s}^4 + 3{,}236\underline{s}+5{,}236\underline{s}^3+\underline{s}^5$	$\dfrac{1}{0{,}309\underline{s}+\dfrac{1}{0{,}894\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}381\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}694\underline{s}+\dfrac{1}{1{,}545\underline{s}}}}}}$	

9 Dénormalisation :

Il faut dans un premier temps remplacer les λ_n et les γ_n du filtre normalisé passe bas par les λ_n et les γ_n du filtre normalisé considéré, ainsi un λ_n du filtre normalisé passe bas devient pour un filtre passe bande une inductance de valeur ($\lambda_n/\Delta x$) en série avec une capacité de valeur ($\Delta x/\lambda_n$), il faut en faire de même pour les capacités,…

Une fois le filtre normalisé considéré réalisé, il faut remplacer les valeurs de λ_n et γ_n par leurs valeurs réelles qui sont respectivement : $L_n = L_u.\lambda_n$ et $C_n = C_u\ \gamma_n$.

~~Filtres actifs :~~

Comme pour les filtres passifs, il existe différent type de structure. Citons par exemple, les structures à quadripôles et amplificateur opérationnel, les structures de Rauch, les structures de Sallen et Key, les structures à girateur, à impédance négative et à variable d'état,…
Durant cette séances nous ne nous intéresserons qu'aux structure de Rauch, qui permettent de réaliser tout les types de filtres (passe bas, passe haut, passe bande) hormis les filtres réjecteur de bande (coupe bande). Ces derniers types de filtres ne serons pas étudiés.

10 Dénormalisation :

Contrairement aux filtres passifs, la fonction de transfert des filtres actifs est indépendante de ce que l'on connecte à ces filtres. Ainsi, la réalisation des filtres ce fait en cascadant des cellules indépendantes du premier ou du second ordre.

Après avoir obtenu, la fonction de transfert équivalente passe bas normalisé, il suffit de remplacer la variable de Laplace normalisée 's' ou 'p' par le changement de variable décrit dans le tableau n°1, en faisant attention que la valeur de remplacement est normé et que 's' ou 'p' représente $\frac{s}{\omega_0} = \frac{p}{\omega_0} = \frac{j.\omega}{\omega_0}$.

Par exemple pour un passe bande, il faut changer 'p' par : $\frac{1}{\Delta x}.\left(p + \frac{1}{p}\right) = \frac{1}{\Delta x}.\left(\frac{j.\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{j.\omega}\right)$ ou $\omega = 2\pi f$.

Une fois ces changements de variables effectués, il suffit de factoriser les polynômes en polynômes de premier ou de second ordre.

11 Cellules du premier ordre :

11.1 Passe bas :

La cellule peut être la suivante :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

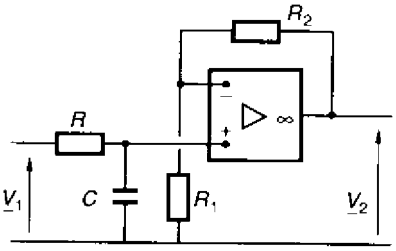


Fig. 2

qui est bien de la forme

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}, \quad \text{avec } A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \text{ et } \omega_C = \frac{1}{RC}.$$

11.2 Passe haut :

La cellule peut être la suivante

Sur le schéma de la figure 3 on écrit

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{R}{r + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{R}{r} \cdot \frac{jrC\omega}{1 + jrC\omega}$$

qui est bien de la forme

$$\underline{T} = A \times \frac{j\frac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}, \quad \text{avec } A = -\frac{R}{r} \text{ et } \omega_C = \frac{1}{rC}.$$

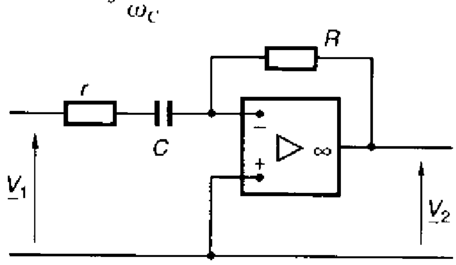


Fig. 3

10/ Cellules du second ordre à structure de RAUCH :

Structure de Rauch :

Cette famille de filtres est décrite par le schéma de la figure 18, sur lequel $\underline{Y}_1$, $\underline{Y}_2$, $\underline{Y}_3$, $\underline{Y}_4$, $\underline{Y}_5$ sont des admittances.

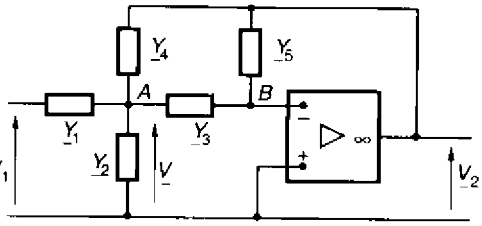


Fig. 18

La loi des nœuds, appliquée aux points A et B, conduit aux équations

$$\begin{cases} \underline{Y}_1(\underline{V}_1 - \underline{V}) = \underline{Y}_2\underline{V} + \underline{Y}_3\underline{V} + \underline{Y}_4(\underline{V} - \underline{V}_2) \\ \underline{Y}_3\underline{V} = -\underline{Y}_5\underline{V}_2 \end{cases}$$

par élimination de $\underline{V}$, il vient :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{\underline{Y}_1\underline{Y}_3}{\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_5(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4)}.$$

Les admittances $\underline{Y}_1$, $\underline{Y}_2$, $\underline{Y}_3$, $\underline{Y}_4$, $\underline{Y}_5$ sont réalisées par des résistances $\left(\underline{Y} = \frac{1}{R}\right)$ ou par des condensateurs ($\underline{Y} = jC\omega$).

<u>10.1/ Passe bas :</u>

On désire obtenir une fonction de transfert de la forme :

$$\underline{T} = \frac{A}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_C} + \left(j.\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}$$

Si l'on remplace :
Y_1 , Y_3 , Y_4 par des résistances de valeur respective : R_1,R_3, R_2.
Y_2 , Y_5 par des condensateurs de valeur respectif : C_2 , C_1.
On obtient comme fonction de transfert :

$$\underline{T} = -\frac{1}{R_1.R_3}.\frac{1}{\frac{1}{R_2R_3} + jC_1\omega.\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + jC_2\omega\right)}$$

Dans le cas particulier ou toutes les résistances sont égales à R, alors

$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + j\omega 3RC_1 + \left(j\omega R\sqrt{C_1C_2}\right)^2}$$

par identification on obtient :

$$\begin{cases} A = -1 \\ \omega_C = \dfrac{1}{R\sqrt{C_1C_2}} \\ m = \dfrac{3}{2}.\sqrt{\dfrac{C_1}{C_2}} \end{cases}$$

10.2/ Passe haut :

On désire obtenir une fonction de transfert de la forme :

$$\underline{T} = A\frac{\left(j.\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}{1+2jm\dfrac{\omega}{\omega_C}+\left(j.\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}$$

Si l'on remplace :
Y_1 , Y_3 , Y_4 par des condensateurs de valeur respectif : C_1,C_3, C_2.
Y_2 , Y_5 par des résistances de valeur respective : R_2 , R_1.
On obtient comme fonction de transfert :

$$\underline{T} = -\frac{C_1C_3(j\omega)^2}{\dfrac{1}{R_1}\left[\dfrac{1}{R_2}+j\omega(C_1+C_2+C_3)\right]+C_2C_3(j\omega)^2}$$

Dans le cas particulier ou toutes les capacités sont égales à C, alors

$$\underline{T} = -\frac{\left(j\omega C\sqrt{R_1R_2}\right)^2}{1+j\omega 3CR_2+\left(j\omega C\sqrt{R_1R_2}\right)^2}$$

par identification on obtient :

$$\begin{cases} A = -1 \\ \omega_C = \dfrac{1}{C\sqrt{R_1R_2}} \\ m = \dfrac{3}{2}.\sqrt{\dfrac{R_2}{R_1}} \end{cases}$$

10.3/ Passe bande :

On désire obtenir une fonction de transfert de la forme :

$$\underline{T} = A\frac{2jm.\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1+2jm\dfrac{\omega}{\omega_C}+\left(j.\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}$$

Si l'on remplace :
Y_1 , Y_2 , Y_5 par des résistances de valeur respective : R_1, R_2, R_3.
Y_3 , Y_4 par des condensateurs de valeur respectif : C_2 , C_1.
On obtient comme fonction de transfert :

$$\underline{T} = -\frac{j\frac{C_2\omega}{R_1}}{\frac{1}{R_3}\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega\left(C_1 + C_2\right)\right] + C_1C_2\left(j\omega\right)^2}$$

Dans le cas particulier ou toutes les capacités sont égales à C, alors

$$\underline{T} = -\frac{R_3}{2R_1}\frac{2j\omega\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C}{1 + 2j\omega\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C + \left(j\omega C\right)^2 R_3\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

par identification on obtient :

$$\begin{cases} A = -\dfrac{R_3}{2R_1} \\ \omega_C = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3}} \\ m = \sqrt{\dfrac{R_1R_2}{R_3.\left(R_1+R_2\right)}} \end{cases}$$